第３１講・三平方の定理②　特別な直角三角形

要点整理

1　特別な直角三角形の辺の比

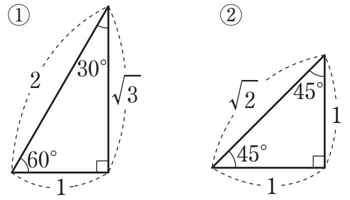
①　鋭角が 30° と 60° の直角三角形

……$1:2:\sqrt{3}$

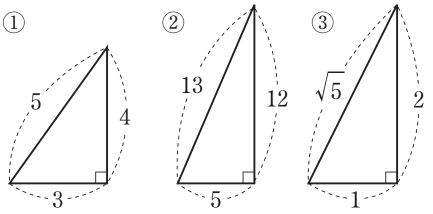
②　鋭角がどちも 45° の直角三角形

……$1:1:\sqrt{2}$

●特別な直角三角形の辺の比



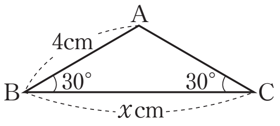
●覚えると便利な直角三角形の辺の比



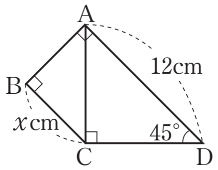
例題 1

次の図で，x の値を求めなさい。

(1)



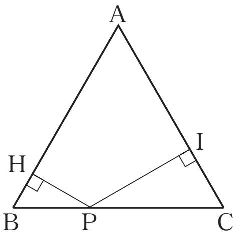
(2)



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

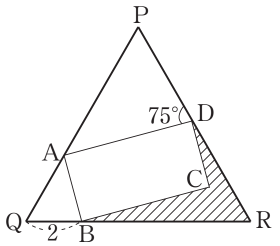
例題 2

右図において，1辺の長さが2の正三角形ABCの辺BC上の点Pから，辺AB，ACにそれぞれ垂線PH，PIを下ろすとき，PH＋PIの値を求めなさい。



例題 3

右の図のように正三角形PQRがあり，辺PQ，QR，RP上にそれぞれ点A，B，Dをとる。また，AD＝2AB，∠PDA＝75°，QB＝2をみたす長方形ABCDをつくるとき，次の問いに答えなさい。



(1)　∠QABと∠CBRの大きさをそれぞれ求めよ。

(2)　線分AQとABの長さをそれぞれ求めよ。

(3)　正三角形PQRの1辺の長さを求めよ。

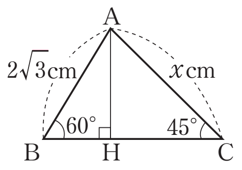
(4)　斜線部分の面積を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

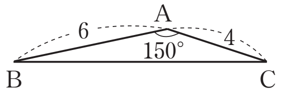
問題

31－1　次の問いに答えなさい。

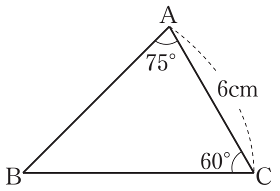
⑴　右の図で，x の値を求めなさい。



⑵　右の図の△ABC の面積を求めよ。

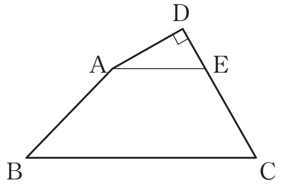


⑶　右の図のような△ABC がある。$\angle A=75^\circ$，$\angle C=60^\circ$ で，AC の長さは 6cmである。AB の長さとBC の長さを求めよ。



31－2

右の図の四角形 ABCD において辺 CD 上に，AE // BC となる点 E をとる。$\angle C=60^\circ$，$\angle D=90^\circ$，$BC=15\sqrt{6}$，$CE=8\sqrt{6}$，$DE=3\sqrt{6}$ のとき，次の問いに答えなさい。



⑴　AE の長さを求めよ。

⑵　台形 ABCE の高さを求めよ。

⑶　四角形 ABCD の面積を求めよ。

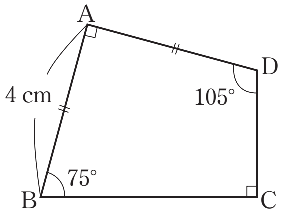
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 31 講・確認テスト

［1］　次の問いに答えなさい。

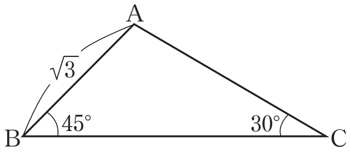


⑴　右の図で，BC，CD の長さを求めなさい。

BC＝［ア］$\sqrt{［イ］}$ cm，

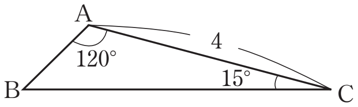
CD＝［ウ］$\sqrt{［エ］}$ cm

⑵　右の図の△ ABC の面積を求めなさい。



$\triangle ABC=\dfrac{［オ］\sqrt{［カ］}+［キ］}{［ク］}$ cm²

［2］　右の図の△ABC について，次の問いに答えなさい。



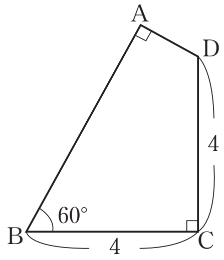
⑴　BA の延長に C からひいた垂線の足を H とするとき，AH，CH の長さを求めなさい。

AH＝［ケ］，CH＝［コ］$\sqrt{［サ］}$

⑵　AB の長さを求めなさい。

AB＝［シ］$\sqrt{［ス］}$ −［セ］

［3］　右の図で，AB の長さ，四角形 ABCD の面積を求めなさい。



AB＝［ソ］$\sqrt{［タ］}$ ＋［チ］

四角形 ABCD＝［ツテ］

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第31講・三平方の定理②　特別な直角三角形

例題 1

(1)　$x=4\sqrt{3}$　　(2)　$x=6$

解説

(1)　A から辺 BC に垂線 AH をひくと，

△ABH，△ACH は，ともに $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形だから，

AH$=2$，BH$=$CH$=2\sqrt{3}$ となる。

よって，$x=2$BH$=4\sqrt{3}$(cm)

例題 2

$\sqrt{3}$

解説

BP$=a$ とおくと，CP$=2-a$

∠B$=$∠C$=60°$ だから，PH$=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，PI$=\frac{\sqrt{3}}{2}(2-a)$

よって，PH$+$PI$=\sqrt{3}$

例題 3

(1)　∠QAB$=45°$　　∠CBR$=15°$　　(2)　AQ　$1+\sqrt{3}$　　AB　$\sqrt{6}$

(3)　$3+3\sqrt{3}$　　(4)　$\frac{13\sqrt{3}}{2}-6$

解説

(2)　BからAQに垂線BHをひくと，

△BHQ，△BHAはそれぞれ$1:2:\sqrt{3}$，$1:1:\sqrt{2}$の直角三角形になる。

(4)　求める面積は，

△PQR－四角形ABCD－△ADP－△AQB$=\frac{1}{2}(3+3\sqrt{3})\times\frac{\sqrt{3}}{2}(3+3\sqrt{3})-\sqrt{6}\times2\sqrt{6}$

$-\frac{1}{2}(2+2\sqrt{3})\times2\sqrt{3}-\frac{1}{2}(1+\sqrt{3})\times\sqrt{3}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

31－1

(1)　**$x=3\sqrt{2}$**　　(2)　**6**　　(3)　**AB　$3\sqrt{6}$，BC　$3\sqrt{3}+3$**

解説

(1)　△ABH，△AHC の３辺の比は，それぞれ $1:2:\sqrt{3}$，$1:1:\sqrt{2}$ より，$\mathrm{BH}=\sqrt{3}$，$\mathrm{AH}=\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$，$x=3\sqrt{2}$

(2)　C から辺 BA の延長にひいた垂線を CD とすると，$\mathrm{CD}=\dfrac{1}{2}\mathrm{AC}=2$

(3)　A から BC にひいた垂線を AD とすると，$\mathrm{CD}=3$，$\mathrm{AD}=3\sqrt{3}$，
また，$\angle\mathrm{B}=45^\circ$ より，$\mathrm{BD}=3\sqrt{3}$，$\mathrm{AB}=3\sqrt{6}$，$\mathrm{BC}=3\sqrt{3}+3$

31－2

(1)　**$6\sqrt{6}$**　　(2)　**$12\sqrt{2}$**　　(3)　**$279\sqrt{3}$**

解説

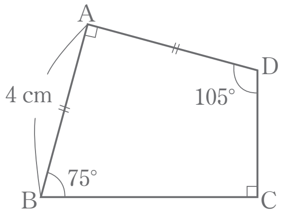
(2)　EからBCに垂線EHをひく。$\angle\mathrm{C}=60^\circ$ より，$\mathrm{EH}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{CE}=12\sqrt{2}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第31講・確認テスト

［1］　次の問いに答えなさい。

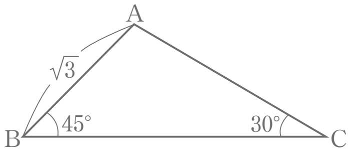
（1）　右の図で，BC，CD の長さを求めなさい。



BC＝[ア]$\sqrt{[イ]}$ cm，

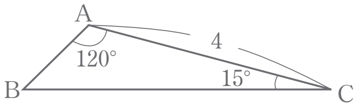
CD＝[ウ]$\sqrt{[エ]}$ cm

（2）　右の図の△ ABC の面積を求めなさい。



$$\triangle ABC = \frac{[オ]\sqrt{[カ]}+[キ]}{[ク]}\ \mathrm{cm}^2$$

［2］　右の図の△ABC について，次の問いに答えなさい。



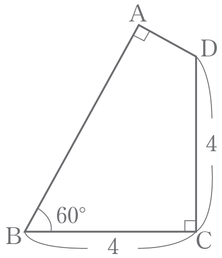
（1）　BA の延長に C からひいた垂線の足を H とするとき，AH，CH の長さを求めなさい。

AH＝[ケ]，CH＝[コ]$\sqrt{[サ]}$

（2）　AB の長さを求めなさい。

AB＝[シ]$\sqrt{[ス]}$ －[セ]

［3］　右の図で，AB の長さ，四角形 ABCD の面積を求めなさい。



AB＝[ソ]$\sqrt{[タ]}$ ＋[チ]

四角形 ABCD＝[ツテ]

解答

［1］	ア　2	イ　6	ウ　2	エ　2	オ　3	カ　3	キ　3	ク　4
［2］	ケ　2	コ　2	サ　3	シ　2	ス　3	セ　2		
［3］	ソ　2	タ　3	チ　2	ツ　1	テ　2			

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

解説

［1］

⑴　B と D を結ぶ。

△ABD，△BCDはそれぞれ $1:1:\sqrt{2}$，$1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形になる。

$BD=4\sqrt{2}$ cm より，$BC=\frac{\sqrt{3}}{2}BD=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{6}$(cm)

$CD=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ (cm)

⑵　A から BC に垂線 AH をひくと，

△ABH，△ACH はそれぞれ $1:1:\sqrt{2}$，$1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形になる。

$AH=BH=\frac{1}{\sqrt{2}}AB=\frac{\sqrt{6}}{2}$(cm)，$CH=\sqrt{3}AH=\frac{3\sqrt{2}}{2}$(cm)

よって，$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\left(\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)\times\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{3\sqrt{3}+3}{4}$(cm^2)

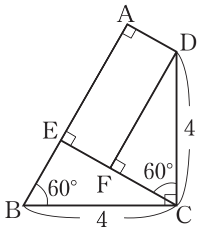
［2］

⑴　△ACH は $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形になる。

よって，$AH=\frac{1}{2}AC=2$，$CH=\frac{\sqrt{3}}{2}AC=2\sqrt{3}$

⑵　$\angle ABC=45^\circ$ より，△HBC は $1:1:\sqrt{2}$ の直角三角形になる。

よって，$HB=CH=2\sqrt{3}$，$AB=2\sqrt{3}-2$



［3］　右の図のように，２つの直角三角形と１つの長方形に分ける。

△ BCE，△ CDF は合同で，$1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形だから，

$BE=CF=\frac{1}{2}BC=2$，$CE=DF=\frac{\sqrt{3}}{2}BC=2\sqrt{3}$

よって，$AB=2\sqrt{3}+2$

また，四角形 ABCD は，△BCE を，辺 BC が△CDF の辺 DC と重なるように移動すると長方形になるから，面積は，

$AE\times CE=2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}=12$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。